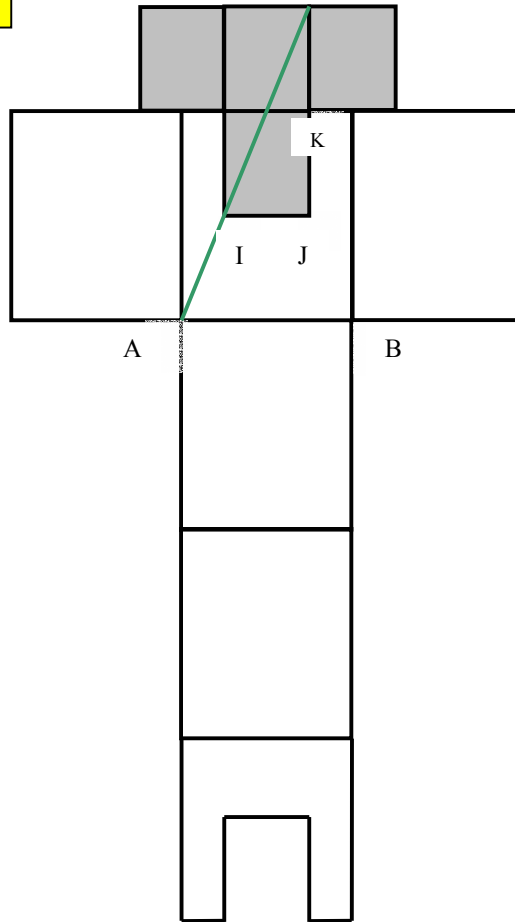


LE CUBE « ECUBE »

1) Un exemple de patron :



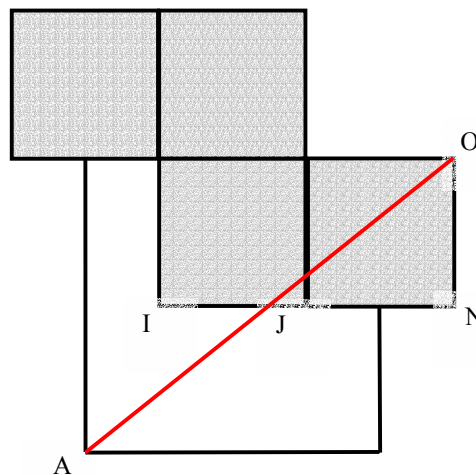
2) a) En appliquant le théorème de Pythagore à de judicieux triangles rectangles, on obtient :
 $AI = \sqrt{5}$ et $IK = 2\sqrt{2}$, d'où la longueur du chemin AIKO : $AI + IK + KO = \sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 2$

2) b) Sur le patron, le trajet vert est le segment [AO] dont on vérifie aisément que sa longueur est strictement inférieure à celle du trajet précédent.

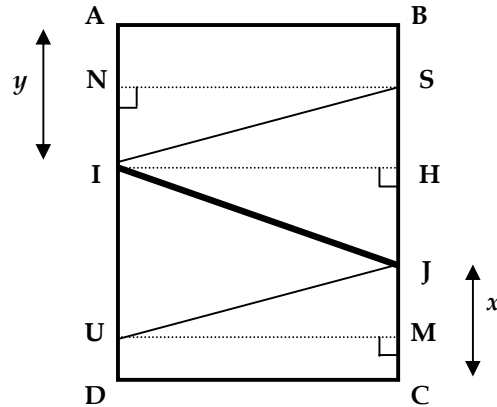
2) c) Il est possible de proposer un autre développement de la partie « écubée » :

Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur du segment [AO].

$$AO = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \quad \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}.$$



LE PLI



Quand la feuille est pliée, les points S et U sont confondus avec E.

On pose $AI = y$ et $CJ = x$.

Grâce au pliage, on peut dire que $UI = IS$ et $SJ = JU$. On peut aussi dire que $SB = 0,4$ cm et $DU = 0,7$ cm.

Calcul de x :

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle MUJ rectangle en M, on a : $JU^2 = MU^2 + MJ^2$

Or $JU = JS = 29,7 - (x + 0,4)$ $MU = 21$ et $MJ = x - 0,7$

Donc on a $(29,7 - (x + 0,4))^2 = 21^2 + (x - 0,7)^2$

Après résolution de cette équation, on trouve que $x \approx 7,3$ cm

Calcul de y :

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle SNI rectangle en N, on a : $SI^2 = SN^2 + NI^2$

Or $SI = IU = 29,7 - (y + 0,7)$ $SN = 21$ et $NI = y - 0,4$

Donc on a $(29,7 - (y + 0,7))^2 = 21^2 + (y - 0,4)^2$

Après résolution de cette équation, on trouve que $y \approx 7,0$ cm

Autre méthode pour calculer y :

Prouver que $IU = IS = SJ = JU$ puis résoudre $x + 0,4 = y + 0,7$ sachant que $x \approx 7,3$ cm.

Pour cela il suffit de regarder quelques angles en tenant compte de ce que les bords de la feuille sont parallèles. Les angles \widehat{AIS} et \widehat{ISJ} sont alternes-internes et égaux car ils sont définis par des droites parallèles. Mais $\widehat{ISJ} = \widehat{IUJ}$ par symétrie-pliage selon (IJ). En résulte que $\widehat{AIS} = \widehat{IUJ}$. Donc (IS) et (UJ) sont parallèles.

Plus simplement (IS) et (UJ) sont respectivement symétriques par rapport à (IJ) de (AB) et (DC). Elles sont donc parallèles (comme symétriques de deux droites parallèles).

Récapitulons : ISJU est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur (UI=IS par exemple), c'est donc un losange.

Calcul de IJ :

On applique encore une fois le théorème de Pythagore mais cette fois dans le triangle IJH rectangle en H.

On a $IJ^2 = IH^2 + HJ^2$

Donc $IJ^2 \approx 21^2 + (29,7 - 7,3 - 7)^2$

Donc $IJ \approx 26$

La longueur du pli est de environ 26 cm.

LE CODE SECRET

Procédons par ordre : Le nombre s'écrit abcd pq .

a b c d est de la forme : 1234 ; 2345 ; 3456 ; 4567 ; 5678 ; 6789

Or le code est un carré parfait. Les carrés ne peuvent se terminer que par : 0 ; 1 ; 4 ; 5 ; 6 ou 9.

Les deux derniers chiffres sont : **10 ; 21 ; 32 ; 43 ; 54 ; 65 ; 76 ; 87 ; 98**

1234	10	pas un carré	4567	10	pas un carré
1234	21	pas un carré	4567	21	pas un carré
1234	54	pas un carré	4567	54	pas un carré
1234	65	pas un carré	4567	65	pas un carré
1234	76	pas un carré	4567	76	pas un carré
2345	10	pas un carré	5678	10	pas un carré
2345	21	pas un carré	5678	21	pas un carré
2345	54	pas un carré	5678	54	pas un carré
2345	65	pas un carré	5678	65	pas un carré
2345	76	pas un carré	5678	76	pas un carré
3456	10	pas un carré	6789	10	pas un carré
3456	21	pas un carré	6789	21	pas un carré
3456	54	pas un carré	6789	54	pas un carré
3456	65	pas un carré	6789	65	pas un carré
3456	76	pas un carré	6789	76	(824)²
le code était donc : 678976					

SI GAUSS M'ETAIT COMPTE

$$\frac{1+2}{2} = 3/2$$

$$\frac{1+2+3+4}{4} = 5/2$$

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 7/2$$

$$\frac{1+2+3}{3} = 2$$

$$\frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

Lorsque le dernier nombre est impair, on trouve un entier comme résultat qui part de 2 et qui progresse d'une unité.

$$\text{donc : } \frac{(1+2+3+4+5+6+\dots+n)}{n} = \frac{(n+1)}{2} = 2007 \Rightarrow \boxed{n = 4013}$$

EN FORET D'ORLEANS

1) Soit R le rayon du disque de base. $L = 2\pi R$ donc $R = \frac{L}{2\pi}$.

$$\text{Or } V = B \times h = \pi R^2 \times h \text{ donc } V = \pi \times \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 \times h = \frac{L^2 h}{4\pi}$$

2a) La longueur du côté du carré est $\frac{L}{4}$ donc $V = B \times h = \left(\frac{L}{4}\right)^2 \times h = \frac{L^2 h}{16}$

2b) La longueur du côté du carré est $\frac{1}{4} \left(L - \frac{L}{5}\right) = \frac{L}{5}$ donc $V = B \times h = \left(\frac{L}{5}\right)^2 \times h = \frac{L^2 h}{25}$

2c) La longueur du côté du carré est $\frac{1}{4} \left(L - \frac{L}{6}\right) = \frac{5L}{24}$ donc $V = B \times h = \left(\frac{5L}{24}\right)^2 \times h = \frac{25 L^2 h}{576}$

3) Il faut résoudre l'équation $\frac{1,80^2 \times 6}{25} = \frac{25 \times 1,50^2 \times h}{576}$. Après résolution, on trouve $h \approx 7,96$ m.

ATTAQUE FREQUENTIELLE

La lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Effectif	10	4	13	2	0	9	1	6	6	0	22	1	11	0	6	1	0	4	5	5	4	0	1	1	11	10
Fréquence	7,5	3	9,8	1,5	0	6,8	0,7	4,5	4,5	0	16,5	0,7	8,3	0	4,5	0,7	0	3	3,8	3,8	3	0	0,7	0,7	8,3	7,5
Code la lettre	C	F	A	H	K	N	Q	R	U	W	E	G	I	B	D	Z	X	V	L	O	M	J	Y	P	S	T

Message décodé :

FELICITATIONS , EN DECODANT TRES ASTUCIEUSEMENT CE MESSAGE CODE VOUS AVEZ FRANCHI UN PAS DECISIF VERS LA VICTOIRE FINALE DANS CE RALLYE MATHEMATIQUE DU CENTRE.

ON PAIE A LA LETTRE

$$\text{MARION} - \text{MOIRA} = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 3}$$

$$\text{MARINE} - \text{MOIRA} = 1$$

$$\Rightarrow N + E - O = 1 \Rightarrow E - O = -2 \quad \text{ligne A}$$

$$\text{MARIANNE} - \text{MOIRA} = 8$$

$$\Rightarrow A + 2N + (E - O) = 8$$

$$\Rightarrow A + 6 - 2 = 8 \quad \Rightarrow \boxed{A = 4}$$

$$\text{ERMINE} - \text{MARION} = 0$$

$$\Rightarrow 2E - A - O = 0 \Rightarrow 2E - O = 4 \quad \text{ligne B}$$

ligne A

ligne B

$$\begin{cases} 2E - O = 4 \\ E - O = -2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{E = 6} \quad \text{et} \quad \boxed{O = 8}$$

$$\text{ROMANE} - \text{MOIRA} = 7$$

$$\Rightarrow N + E - I = 7 \Rightarrow E - I = 4 \Rightarrow \boxed{I = 2}$$

$$\text{MOIRA} - \text{MANON} = 3$$

$$\Rightarrow I + R - 2N = 3 \Rightarrow I + R = 9 \Rightarrow \boxed{R = 7}$$

$$\text{MANON} = 23 \Rightarrow M + 4 + 3 + 8 + 3 = 21 \Rightarrow \boxed{M = 5}$$

NOÉMIE aurait payé : $3 + 8 + 6 + 5 + 2 + 6 = 30$ euros