

# Résolution graphique des équations différentielles du premier ordre sans second membre en BTS

<p><b>Prérequis de Bac pro :</b> Déterminer les primitives des fonctions usuelles. Déterminer, avec ou sans outils numériques, les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel.</p> <p><b>Prérequis du BTS :</b> Détermination d'une intégrale.</p>	<p><b>Module :</b> Equations différentielles</p>
<p><b>Contenu :</b> Équations linéaires du premier ordre Équation différentielle <math>ay'+by = c(t)</math> où <math>a, b</math> sont des constantes réelles et <math>c</math> une fonction continue à valeurs réelles.</p>	<p><b>Capacités :</b> Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle. Résoudre une équation différentielle du premier ordre. Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.</p>
<p><b>Constat :</b> Les élèves issus de BAC PRO, peuvent présenter des difficultés sur les points suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le terme d'équation est bloquant (difficultés dans la résolution des équations du 1<sup>er</sup> ou 2<sup>nd</sup> degré dans leur cursus antérieur).</li> <li>- Différencier une équation du 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> degré avec une équation différentielle exprimées par le même « mot », notamment dans la nature de la solution.</li> </ul>	
<p><b>Objectifs séance :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Développer les compétences de STS en expérimentant à l'aide d'outils numériques.</li> <li>- Identifier que la solution d'une équation différentielle est une fonction, et non une valeur.</li> <li>- Observer qu'il existe une infinité de solutions à l'équation différentielle, sans conditions initiales.</li> <li>- Traduire graphiquement les conditions initiales du problème.</li> </ul>	

## Compétences du BTS

<b>S'informer</b>	Rechercher, extraire et organiser l'information.
<b>Chercher</b>	Proposer une méthode de résolution. Expérimenter, tester, conjecturer.
<b>Modéliser</b>	Représenter une situation ou des objets du monde réel. Traduire un problème en langage mathématique.
<b>Raisonner, argumenter</b>	Déduire, induire, justifier ou démontrer un résultat. Critiquer une démarche, un résultat.
<b>Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie</b>	Calculer, illustrer à la main ou à l'aide d'outils numériques, programmer.
<b>Communiquer</b>	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. Présenter un tableau, une figure, une représentation graphique.

## ACTIVITE ELEVE

On reprend l'étude de la décharge du condensateur dans la résistance étudiée précédemment, dont l'énoncé est rappelé ci-dessous :

En électrotechnique la classe de TMS étudie la décharge du condensateur, dans une résistance  $R$ . Le condensateur de capacité  $C=0,1 \mu\text{F}$  a été initialement chargé à la tension  $9\text{V}$ , et à  $t = 0$  on ferme le circuit. Le condensateur effectue sa décharge à travers la résistance  $R=100 \text{k}\Omega$

On rappelle que  $u(t)$  tension aux bornes du condensateur à l'instant  $t$  ( $t$  exprimé en seconde) est solution de l'équation différentielle :

$$0.1 y'(t) + y(t) = 0 \quad (1)$$

où  $y$  est la fonction inconnue, de variable  $t$ , définie et dérivable sur l'intervalle  $[0 ; +\infty [$ .

Ouvrir le fichier **EQUATIONDIFFERENTIELLE.ggb**.

Dans ce fichier sont représentées trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies sur  $\mathbb{R}$ .

On peut, en actionnant les curseurs  $a$  et  $b$ , modifier l'expression algébrique de ces fonctions.

Dans un 1<sup>er</sup> temps, on s'intéresse à la fenêtre algèbre du fichier.

1) a) Quelle relation existe-t-il entre les expressions algébriques de  $f$  et  $g$  ? **RAI COM**

**Aide** : Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  puis répondre à la question.

b) Quelle relation peut-on écrire entre les trois expressions algébriques de  $f$ ,  $g$  et  $h$  ? **RAI COM**

2) En vous référant au fichier, cocher la bonne réponse : **RAI**

La fonction  $h$  du fichier correspond à :

- Au premier membre de l'équation différentielle (1)
- A aucun des membres de l'équation différentielle (1)
- Au second membre de l'équation différentielle (1)

On admettra par la suite, que l'on peut faire une analogie entre les fonctions du fichier et celles de notre problème, rapportées au domaine d'étude  $[0 ; +\infty[$ , de la variable  $t$ .

On s'intéresse dans un 2<sup>nd</sup> temps à la fenêtre graphique du fichier.

3) Actionner les curseurs a et b. Observer les courbes.

a) Quel curseur permet de modifier la courbe représentative de la fonction  $h$  ? **INF**

b) Actionner ce curseur de façon à retrouver les conditions de l'équation différentielle (1).  
Noter sa valeur. **CHE RAI**

c) Noter ci-après l'expression algébrique d'une fonction solution de (1) et comparer à celle de votre voisin. Commenter. **CHE RAI**

d) En vous aidant du fichier, pouvez-vous dire si la fonction  $j$  d'expression algébrique :

$j(t) = -2 \times e^{-10t}$  est une solution de (1). Expliquer. **CHE COM**

4) En tenant compte des conditions initiales du problème, retrouver la fonction solution  $u(t)$  de (1) déterminée la semaine dernière, d'expression algébrique  $u(t) = 9 \times e^{-10t}$ . Noter la valeur des curseurs. Expliquer. **CHE RAI**